International Scientific Conference 20 UNITECH 26

INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
19-21 November 2026
GABROVO

РАЗРАБОТВАНЕ НА ПРОГРАМНА СИСТЕМА ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ НА ДИНАМИЧНИТЕ ГРЕШКИ НА ЛИНЕЙНИТЕ АКТУАТОРИ В ПЛАТФОРМА НА СТЮАРТ

Даниел Савов, Димитър Дичев, Хасан Хасанов

Технически университет – Габрово, Габрово, България
**кореспондиращ автор: didomf@gmail.com*

DEVELOPMENT OF A SOFTWARE SYSTEM FOR INVESTIGATION OF THE DYNAMIC ERRORS OF LINEAR ACTUATORS IN A STEWART PLATFORM

Daniel Savov, Dimitar Dichev, Hasan Hasanov

Technical University of Gabrovo, Gabrovo, Bulgaria
**Corresponding author: didomf@gmail.com*

Abstract
This paper presents the development of a software system for investigating the dynamic errors of linear actuators in a six-degree-of-freedom Stewart platform. The system is based on the mathematical and geometric model of the real laboratory hexapod and enables the generation of time-dependent characteristics of the six actuators for a prescribed spatial motion of the platform. Functional modules have been implemented for importing and synchronizing data from an actuator test bench, comparing commanded and measured motion, and analyzing deviations during extension, retraction, and motion reversal. The system provides automated determination of basic statistical indicators and generation of numerical and graphical reports for each individual actuator. To verify the operability of the information flow, a synthetic demonstration cycle with predefined systematic offsets, hysteresis, dynamic delay, noise, and transient effects during motion reversal has been implemented. The developed software system provides a basis for subsequent experimental characterization of the six real actuators, identification of individual dynamic-error models, and development of algorithms for compensating these errors within the Stewart platform.

Keywords: Stewart platform, hexapod, software system, linear actuators, dynamic error, hysteresis, compensation, metrological characterization

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Шестстепенните паралелни механизми тип платформа на Стюарт намират приложение в системи за пространствено позициониране, роботика, симулатори и средства за възпроизвеждане на зададени движения [1–3]. Характерна особеност на тези механизми е, че пространственото движение на подвижната платформа се формира от едновременното изменение на дължините на шест линейни актуатора. Поради това точността на възпроизвежданото движение зависи не само от геометричните параметри на механизма и точността на кинематичния модел, но и от индивидуалните характеристики на всеки актуатор.

В предходните етапи на изследването е разработен математически модел на платформата на Стюарт, включващ права и обратна кинематична задача, аналитична Якобианова матрица и числени алгоритми за определяне на пространственото положение и ориентацията на подвижната платформа. Впоследствие моделът е реализиран в самостоятелна програмна среда за Windows с графичен по-

Print ISSN: 1313-230X, Online ISSN: 3033-1404

требителски интерфейс и тримерна визуализация.

Числената съгласуваност между правата и обратната кинематична задача е проверена чрез множество тестови конфигурации. Този тип проверка обаче характеризира основно числената реализация на кинематичните преобразувания. Тя не отчита влиянието на реални фактори като хлабини, триене, хистерезис, динамично закъснение, деформации и индивидуални отклонения на линейните задвижвания.

По тази причина следващият етап при развитието на метрологичния цифров двойник е свързан с включването на експериментално определени характеристики на шестте актуатора. Особен интерес представлява поведението при изменение на посоката на движение, където могат да се проявят хистерезис, луфт, статично триене и динамично закъснение.

Целта на настоящата работа е разширяването на цифровия двойник с функционална среда за генериране на индивидуални динамични характеристики на актуаторите, импорт и анализ на експериментални данни от изпитвателен стенд и създаване на основа за последваща идентификация и компенсация на грешките.

2. РАЗШИРЯВАНЕ НА ПРОГРАМНАТА СИСТЕМА

2.1. Интегриране на геометрията на реалния механизъм

В актуалната версия на цифровия двойник е интегрирана геометрията на реалната лабораторна платформа на Стюарт. Вместо обобщен симетричен модел се използват индивидуалните координати на шестте присъединителни точки B_i върху неподвижната основа и P_i върху подвижната платформа. Съответствието между точките и линейните актуатори е запазено във вида

$$B_i \rightarrow P_i,\ i = 1, \dots, 6.$$

При обратната кинематична задача за всяко зададено пространствено положение

$$q = [x \ \ y \ \ z \ \ \varphi \ \ \theta \ \ \psi]^{\mathrm{T}}$$

се определят дължините на актуаторите чрез геометричната зависимост:

$$L_i = \|t + R \cdot P_i - B_i\| \qquad (1)$$

За ориентацията е приета последователност ZYX, при която

$$R = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\varphi).$$

По този начин програмният модел използва същата координатна конвенция и съответствие на актуаторите като валидирания модел на реалния механизъм.

2.2. Числена проверка на актуализирания модел

След интегриране на реалната геометрия е извършена повторна числена проверка на кинематичния модел с 1000 валидни конфигурации. Правата кинематична задача се решава чрез scipy.optimize.least_squares по алгоритъма Trust Region Reflective (TRF), като се използва аналитична 6×6 Якобианова матрица.

Основните резултати от числената проверка са представени в табл. 1.

***Таблица 1**. Числена проверка на актуализирания кинематичен модел*

Показател	Стойност
Валидни тестови конфигурации	1000
Успешно решени конфигурации	1000
Максимално отклонение в положението	3.076×10^{-13} m
RMS отклонение в положението	3.631×10^{-14} m
Максимално отклонение в ориентацията	2.980×10^{-8} rad
Максимален брой оценки на residual функцията (nfev)	6
Максимален кинематичен остатък	5.427×10^{-13} m
Максимално немащабирано $\kappa_2(J)$	39.928
Медиана на $\kappa_2(J)$	31.105
Минимална $\sigma_{\min}(J)$	0.05967

Числото на обусловеност е определено чрез сингулярно разлагане като

$$\kappa_2(J) = \sigma_{\max}(J)/\sigma_{\min}(J).$$

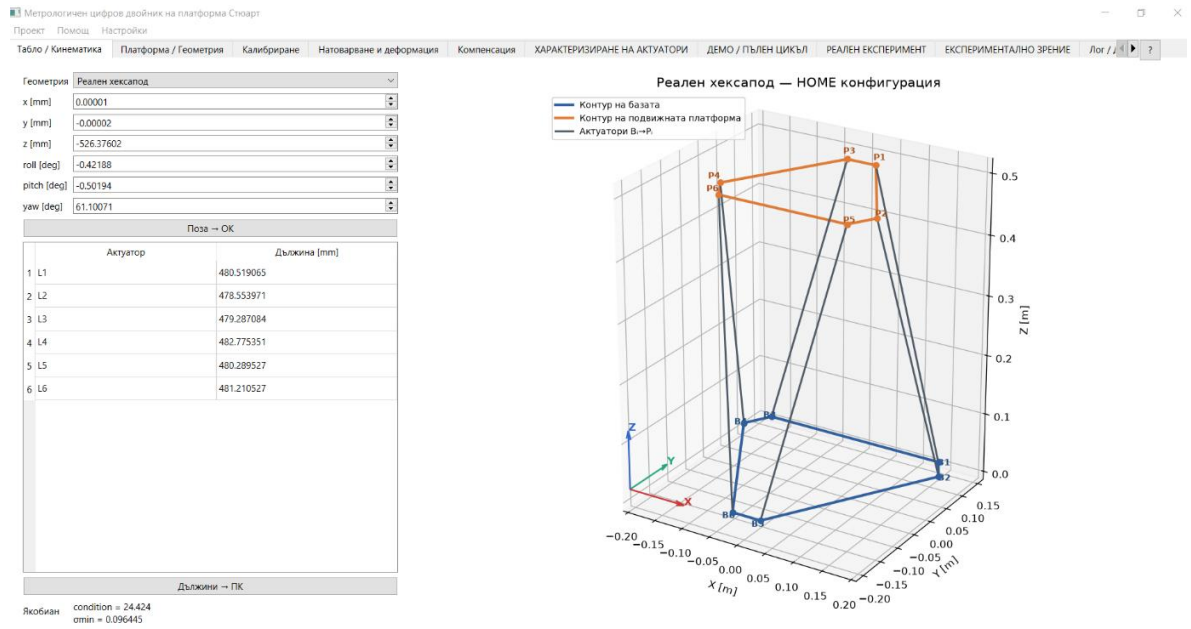
Тъй като Якобиановата матрица не е мащабирана с характеристична дължина и съдържа както транслационни координати в метри, така и ротационни координати в радиани, полученото число на обусловеност се използва основно като диагностичен показател.

Следва изрично да се отбележи, че получените стойности характеризират числената съгласуваност между обратната и правата кинематична задача, а не физическата метрологична точност на реалния механизъм.

2.3. Функционални модули и операторски интерфейс

Програмната система е разработена като модулно Windows приложение. Основните функционални раздели включват кинематично моделиране и тримерна визуализация, описание на геометрията, калибриране, анализ на натоварване и деформации, подготовка за компенсация, характеризиране на линейните актуатори, реален експеримент, експериментално машинно зрение и диагностика.

За улесняване на използването е разработен двуезичен интерфейс на български и английски език. Вграден е интерактивен помощен модул, който освен описание на отделните функции предлага и работни сценарии от типа „Какво искате да направите?“. Потребителят може да бъде последователно насочван към необходимите модули и команди за изпълнение на конкретна задача.



***Фиг. 1**. Графичен интерфейс на актуалната версия на метрологичния цифров двойник.*

3. ДИНАМИЧНО ХАРАКТЕРИЗИРАНЕ НА ЛИНЕЙНИТЕ АКТУАТОРИ

3.1. Генериране на индивидуални траектории

При зададено динамично движение на подвижната платформа $q(t)$ чрез обратната кинематична задача се генерират шест времеви зависимости $L_1(t)$, $L_2(t)$, …, $L_6(t)$. Тези зависимости представляват командваните движения на отделните актуатори при изпълнение на зададената пространствена траектория.

$$q(t) = [x(t) \quad y(t) \quad z(t) \quad \varphi(t) \quad \theta(t) \quad \psi(t)]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

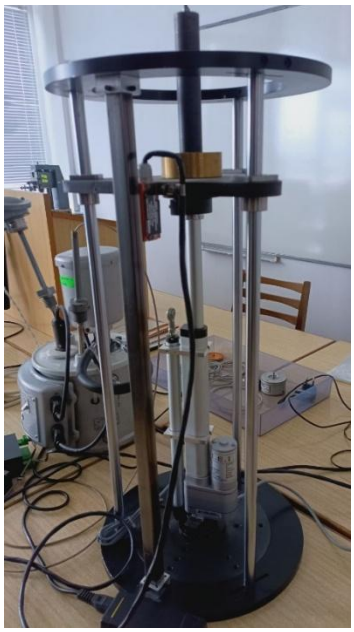
$$v_i(t) = \frac{\mathrm{d}L_i}{\mathrm{dt}} \qquad a_i(t) = \frac{\mathrm{d}^2 L_i}{\mathrm{d}t^2} \tag{3}$$

В зависимост от знака на скоростта движението се класифицира като удължаване, прибиране или престой. Особено внимание се отделя на моментите на обръщане на посоката, при които се наблюдава промяна на знака на скоростта. Тези точки се регистрират автоматично и могат да бъдат анализирани отделно.

3.2. Изпитване на индивидуален актуатор

Разработената методика предвижда последователно изпитване на шестте физически актуатора върху специализиран стенд. За избран актуатор програмата генерира командваната времева характеристика и позволява нейното експортиране в машинночетим формат. Така стендовото изпитване може да бъде проведено със същия динамичен профил, който актуаторът би изпълнил като част от реалното движение на хексапода.

$$e_i(t) = L_{i,\mathrm{meas}}(t) - L_{i,\mathrm{cmd}}(t) \tag{4}$$



***Фиг. 2**. Изпитвателен стенд за динамично характеризиране на индивидуален линейен актуатор*

3.3. Импорт и синхронизация на експериментални данни

За работа с реални измервания е реализиран универсален модул за импорт на CSV и текстови файлове. Поддържат се файлове с разделител запетая, точка и запетая или табулация, със или без заглавен ред, със свободен ред на колоните и с различни единици за време, положение, сила и електрически ток.

Задължителните експериментални канали са време и измерена позиция. Допълнително могат да се използват командвана позиция, сила, температура и ток. Оригиналният експериментален файл се съхранява непроменен, а за анализа се създава отделно синхронизирано копие, което се съпоставя с командвания профил от цифровия двойник.

Този подход запазва проследимостта между първичните измервания и получените резултати и позволява създаване на запазваеми профили за различни формати на измервателния стенд.

4. АНАЛИЗ НА ДИНАМИЧНИТЕ ГРЕШКИ

За всеки актуатор програмата определя основни статистически показатели за моментната грешка $e_i(t)$, включително средна стойност, средноквадратична грешка и максимална абсолютна грешка.

$$\overline{e}_i = \frac{1}{N} \cdot \sum e_i(k) \tag{5}$$

$$e_{\mathrm{RMS},i} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum e_i^2(k)} \tag{6}$$

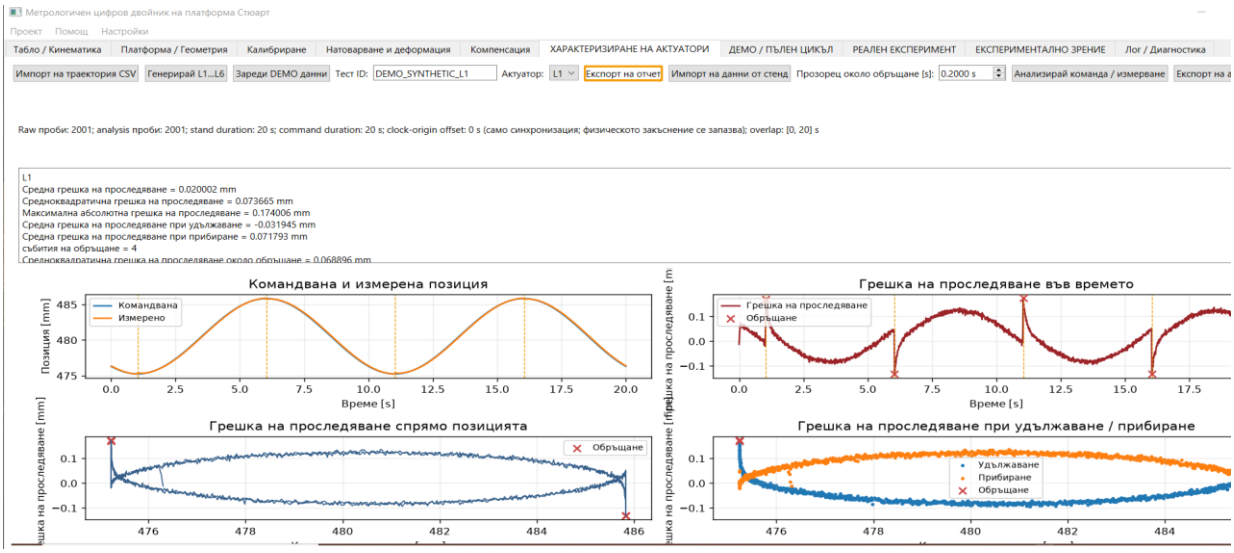
$$e_{\mathrm{max},i} = \max|e_i(k)| \tag{7}$$

Анализът се извършва както за целия запис, така и отделно за движение при удължаване и прибиране. Това позволява оценяване на зависимостта на грешката от посоката на движение. При наличие на

различни стойности за една и съща позиция при движение в противоположни посоки може да се изследва ефект, свързан с хистерезис или механични хлабини.

Отделно се изследва грешката в зададен времеви интервал около точките на обръщане на посоката. Този анализ е особено важен, тъй като при обръщане на движението могат да се проявят едновременно статично триене, хлабини, закъснение на задвижването и преходни процеси в управляващата система. На този етап наличието на максимална грешка около обръщането се разглежда като експериментално проверима хипотеза, а не като предварително прието свойство на механизма.

Представените екранни изображения на програмата в настоящата работа имат демонстрационен характер и илюстрират функционалните възможности на програмната система; те не представляват резултати от реални метрологични измервания.



***Фиг. 3**. Демонстрационен екран за анализ на командваното и синтетично измереното движение на индивидуален линеен актуатор L1*

5. СИНТЕТИЧНА ПРОВЕРКА НА ЦЕЛИЯ ИНФОРМАЦИОНЕН ПОТОК

Преди включването на реални стендови измервания е реализиран синтетичен демонстрационен цикъл, предназначен за проверка на целия информационен поток от зададеното пространствено движение до анализа на грешката.

$$q(t) \rightarrow \text{ІК} \rightarrow L_{i,\text{cmd}}(t) \rightarrow L_{i,\text{meas}}(t) \rightarrow e_i(t) \rightarrow \text{анализ}$$

Демонстрационната траектория е с продължителност 20 s. Командваните зависимости се генерират с честота 50 Hz, а синтетичните стендови данни – със 100 Hz. За шестте актуатора са зададени различни комбинации от систематично отместване, зависимост от посоката, времево закъснение, преходна грешка при обръщане и случаен шум.

Синтетичните данни не представляват измерени характеристики на реалните актуатори. Тяхната цел е предварително да бъдат известни въведените отклонения и да се провери дали разработеният анализ ги визуализира и оценява правилно. Числовите резултати в таблиците се отнасят

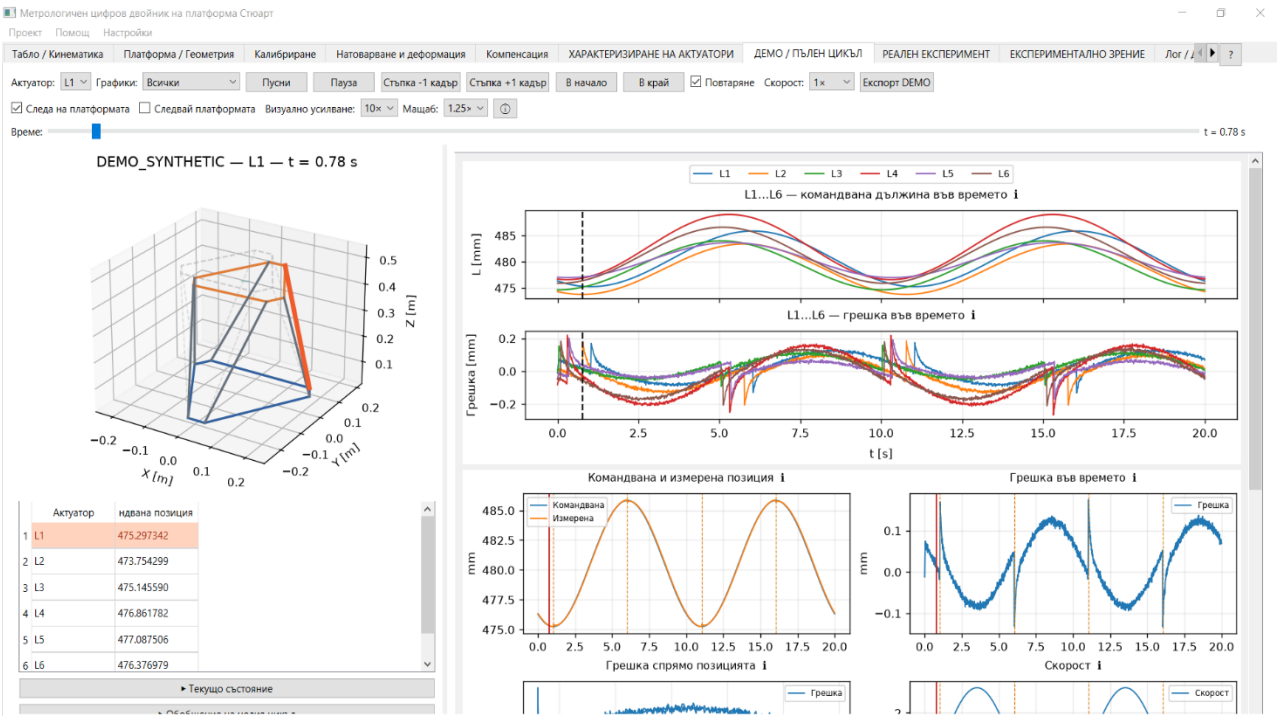
до конкретно описаните синтетични тестове, докато екранните изображения са илюстративни и не са предназначени за количествено съпоставяне с тях.

***Таблица 2**. Резултати от синтетичния демонстрационен цикъл*

Актуатор	Средна грешка [mm]	RMS [mm]	Максимална грешка [mm]
L1	+0.020	0.074	0.174
L2	−0.015	0.078	0.208
L3	+0.030	0.061	0.159
L4	−0.025	0.124	0.268
L5	+0.010	0.042	0.200
L6	−0.020	0.105	0.213

При зададените синтетични параметри най-голяма максимална грешка се получава при L4 – приблизително 0.268 mm, което съответства на предварително зададеното по-неблагоприятно динамично поведение на този актуатор. Резултатът е част от демонстрационната проверка и не представлява измерена характеристика на реалния механизъм.

Разработеният демонстрационен режим позволява едновременно визуализиране на движението на хексапода, шестте командвани дължини, грешките на L1–L6, индивидуалните характеристики на избран актуатор, точките на обръщане, измерена и командвана позиция, скорост и ускорение.



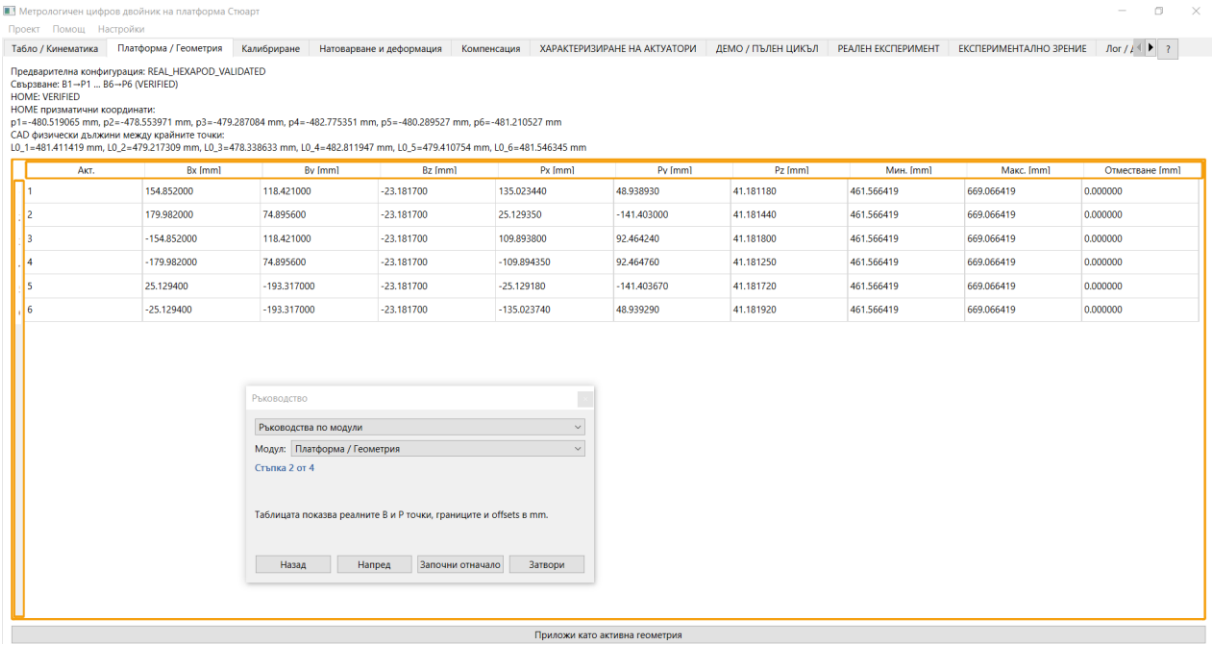
***Фиг. 4**. Демонстрационен режим „DEMO / Пълен цикъл“ за визуално сравнение на динамичните характеристики и грешките на шестте актуатора*

6. АВТОМАТИЗИРАНО ДОКУМЕНТИРАНЕ И РАБОТНИ СЦЕНАРИИ

За всеки актуатор е реализирано автоматизирано генериране на два типа файлове. Първият представлява CSV файл, съдържащ пълния числов запис на командваното и измереното движение. Вторият представлява автоматично генериран DOCX отчет, включващ идентификатор на актуатора, идентификатор на експеримента, основни параметри на изпитване-

то, таблични данни и графични представяния на командвана и измерена позиция, грешка във времето, грешка спрямо позицията, скорост, ускорение и анализ при удължаване и прибиране.

Вграденото ръководство е организирано не само като справка за отделните функции, а и като операторски асистент по конкретни задачи. Потребителят избира какво иска да направи – например да зададе движение, да получи L1–L6, да импортира стендово измерване, да анализира грешка или да генерира отчет – и системата го насочва последователно към необходимите табове и контроли. Тази организация намалява необходимостта от предварително обучение при работа с комплексната програмна среда.



***Фиг. 5**. Интерактивно ръководство и работни сценарии за операторска работа с цифровия двойник*

7. ПРЕДСТОЯЩ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЕН ЕТАП И КОМПЕНСАЦИЯ

Следващият етап на изследването предвижда експериментално характеризиране на шестте реални линейни актуатора. За всеки актуатор ще бъде изпълнена времева характеристика, генерирана от реална траектория на хексапода. На базата на получените измервания ще бъде изследвана зависимостта на грешката от моментната дължина, скоростта, ускорението, посоката на движение, времето след последното обръщане и при необходимост – от натоварването и температурата.

$$e_i = f_i\left(L_i,\ \dot{L}_i,\ \ddot{L}_i,\ \text{direction},\ \tau_{\text{rev}},\ F_i,\ T_i\right) \tag{8}$$

След идентифициране на индивидуалните модели на грешката ще бъде възможно формирането на реалистични дължини

$$L_{i,\text{real}}(t) = L_{i,\text{cmd}}(t) + \hat{e}_i(t).$$

Чрез правата кинематична задача тези стойности могат да бъдат преобразувани в прогнозирано реално пространствено положение $q_{\text{real}}(t)$, което позволява греш-

киte на отделните актуатори да бъдат свързани непосредствено с грешката на подвижната платформа.

$$\Delta q(t) = q_{\text{real}}(t) - q_{\text{cmd}}(t) \quad (9)$$

Последващата задача е определяне на компенсирани команди към актуаторите, така че след проявата на реалните им динамични характеристики да се минимизира пространствената грешка на платформата. Компенсационният модел следва да бъде идентифициран върху една част от експерименталните данни и проверен върху независими траектории, които не са използвани при неговото определяне.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработеният цифров двойник на шестстепенната платформа на Стюарт е разширен от среда за кинематично моделиране и тримерна визуализация към програмна система, подготвена за работа с експериментални данни и метрологично характеризиране на индивидуалните линейни актуатори.

Интегрирана е валидираната геометрия на реалния лабораторен механизъм и е извършена повторна числена проверка на кинематичните преобразувания. Разработени са средства за генериране на динамичните характеристики на шестте актуатора при зададено пространствено движение, импорт и синхронизация на данни от изпитвателен стенд, анализ на грешките при удължаване, прибиране и обръщане на посоката и автоматизирано генериране на отчети.

Синтетичният демонстрационен цикъл позволява проверка на целия информационен поток при предварително известни грешки и представлява междинен етап преди включването на реални експериментални резултати.

Следващият основен етап е експериментално определяне на динамичните характеристики на шестте реални актуатора, идентифициране на индивидуални модели на грешката и изследване на нейното разпространение към пространственото положение и ориентацията на подвижната платформа. Получените модели ще бъдат използвани за разработване и независима експериментална проверка на алгоритми за компенсация.

БЛАГОДАРНОСТИ: *Това изследване е финансирано от университетски проект НИП2026-16.*

ЛИТЕРАТУРА

[1] Stewart, D. A platform with six degrees of freedom. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1965, Vol. 180, No. 1, pp. 371–386. DOI: 10.1243/PIME_PROC_1965_180_029_02.

[2] Merlet, J.-P. Parallel Robots. 2nd ed. Dordrecht: Springer, 2006. DOI: 10.1007/1-4020-4133-0.

[3] Kim, Y.-S., Shi, H., Dagalakis, N., Marvel, J., Cheok, G. Design of a six-DOF motion tracking system based on a Stewart platform and ball-and-socket joints. Mechanism and Machine Theory, 2019, Vol. 133, pp. 84–94. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.10.021.

[4] Grieves, M., Vickers, J. Digital Twin: Mitigating unpredictable, undesirable emergent behavior in complex systems. In: Transdisciplinary Perspectives on Complex Systems. Springer, 2017, pp. 85–113. DOI: 10.1007/978-3-319-38756-7_4.

[5] Kritzinger, W., Karner, M., Traar, G., Henjes, J., Sihn, W. Digital Twin in manufacturing: A categorical literature review and classification. IFAC-PapersOnLine, 2018, Vol. 51, No. 11, pp. 1016–1022. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.08.474.

[6] Tao, F., Zhang, H., Liu, A., Nee, A. Y. C. Digital twin in industry: State-of-the-art. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, Vol. 15, No. 4, pp. 2405–2415. DOI: 10.1109/TII.2018.2873186.

[7] Ding, X., Xing, J. Modeling and implementation of a real-time digital twin for the

Stewart platform with real-time trajectory computation. PeerJ Computer Science, 2025, Vol. 11, Article e2892. DOI: 10.7717/peerj-cs.2892.

[8] Walica, D., Noskievič, P. Multibody simulation model as part of digital twin architecture: Stewart platform example. IEEE Access, 2024, Vol. 12, pp. 3700–3717. DOI: 10.1109/ACCESS.2023.3349247.

[9] Innocenti, C., Parenti-Castelli, V. Direct position analysis of the Stewart platform mechanism. Mechanism and Machine Theory, 1990, Vol. 25, No. 6, pp. 611–621. DOI: 10.1016/0094-114X(90)90004-4.

[10] McAree, P. R., Daniel, R. W. A fast, robust solution to the Stewart platform forward kinematics. Journal of Robotic Systems, 1996, Vol. 13, No. 7, pp. 407–427.